Marius Burtea **Georgeta Burtea**

Geta Bercaru, Cristina Bocan, Daniela Dincă, Laura Dumitru, Ionuţ Georgescu, Titi Hanghiuc, Simona Ionescu, Roxana Kifor, Paula Nica, Ilie Pertea, Mihai Popeangă, Daniela Podumneacă, Diana Radu, Carmen Rusu, Dorin Rusu, Loredana Taga

Auxiliarul şcolar a fost aprobat prin OMEN nr. 3022/08.01.2018

CLASA a XI-a

MATEMATICĂ

Probleme și exerciții
Teste

- sisteme de ecuații liniare
- funcții derivabile
- studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor

profilul tehnic

CAMPION
București 2018

CUPRINS

Capitolul I SISTEME DE ECUAŢII LINIARE

1. MATRICE INVERSABILE ÎN $M_n(\mathbb{C})$, $n \in \{2, 3\}$

Breviar teoretic

- Fie $A \in M_n(\mathbb{C})$. Matricea A se numeşte **matrice inversabilă** dacă există $B \in M_n(\mathbb{C})$, astfel încât $A \cdot B = B \cdot A = I_n$.
- Matricea B se numeşte **inversa** matricei A şi se notează $B = A^{-1}$.
- O matrice $A \in M_n(\mathbb{C})$ este inversabilă dacă şi numai dacă $\det(A) \neq 0$.

Calculul matricei inverse

- Are loc egalitatea:

  $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} \cdot A^*$, unde A^* este matricea adjunctă a matricei A.

  Elementele matricei adjuncte A^* sunt complemenţii algebrici ai elementelor matricei transpuse ${}^tA$. Complementul algebric δ_{ij} al elementului a_{ij} este dat de relaţia $\delta_{ij} = (-1)^{i+j}\Delta_{ij}$, unde Δ_{ij} este minorul elementului δ_{ij}.
- Dacă $A, B \in M_n(\mathbb{C})$ sunt inversabile au loc relaţiile:

a) $\left(A^{-1}\right)^{-1} = A$; b) $(AB)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$.

- Dacă A este inversabilă, atunci:
  - soluţia ecuaţiei $AX = B$ este $X = A^{-1} \cdot B$;
  - soluţia ecuaţiei $XA = B$ este $X = B \cdot A^{-1}$.

Exerciţii şi probleme rezolvate

1. Să se determine dacă matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ sunt inversabile.

Soluţie

O matrice este inversabilă dacă are determinantul diferit de zero.

Obţinem: $\det(A) = 5 - 6 = -1 \neq 0$, $\det(B) = 3 - 3 = 0$, $\det(C) = 0$, $\det(D) = 0$. Rezultă că matricea A este inversabilă, iar matricele B, C, D nu sunt inversabile.

2. Să se determine $m \in \mathbb{C}$ pentru care matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & m \\ m & 8 \end{pmatrix}$ este inversabilă.

Soluţie

Avem că $\det(A) = 16 - m^2$. Din condiţia $\det(A) \neq 0$ se obţine că $m^2 - 16 \neq 0$, deci $m \neq \pm 4$ sau $m \in \mathbb{C} \setminus \{-4, 4\}$.

3. Să se calculeze inversele matricelor:

a) $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{pmatrix}$; b) $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

Soluţie

a) Avem $\det(A)=2\cdot 2-3=1$, deci A este inversabilă. Se obţine că ${}^tA=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$.

Complemenţii algebrici: $\delta_{11}=2,\ \delta_{12}=-1,\ \delta_{21}=-3,\ \delta_{22}=2.$

Matricea adjunctă este $A^*=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$, iar matricea inversă $A^{-1}=\frac{1}{\det(A)}\cdot A^*=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$.

b) Se obţine $\det(A)=2$, deci A este inversabilă. Avem: ${}^tA=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$. Calculăm

complemenţii algebrici: $\delta_{11}=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{vmatrix}=1,\ \delta_{12}=-\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{vmatrix}=-1,\ \delta_{13}=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=0,\ \delta_{21}=-\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{vmatrix}=-1,$

$\delta_{22}=\begin{vmatrix}3 & 0\\ 1 & 1\end{vmatrix}=3,\ \delta_{23}=-\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=-2,\ \delta_{31}=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 0\end{vmatrix}=0,\ \delta_{32}=-\begin{vmatrix}3 & 0\\ 1 & 0\end{vmatrix}=0,\ \delta_{33}=\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}=2.$

Matricea adjunctă se scrie $A^*=\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ -1 & 3 & -2\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$, iar $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & -1 & 0\\ -1 & 3 & -2\\ 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$.

4. Să se determine $m\in\mathbb{R}$, pentru care matricea $A=\begin{pmatrix}3 & x+2 & 2\\ x+2 & x-1 & x\\ m+3 & x+1 & 3\end{pmatrix}$ este inversabilă pentru orice $x\in\mathbb{R}$.

Soluţie

Matricea A este inversabilă dacă $\det(A)\neq 0$.

Se obţine $\det(A)=(m-1)x^2-2x+2m-3$. Din $\det(A)\neq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, se obţine că $\Delta=4-4(m-1)(2m-3)<0$. Rezultă inecuaţia de gradul 2 în m, $2m^2-5m+2>0$ cu soluţia $m\in\left(-\infty,\frac{1}{2}\right)\cup(2,\infty)$.

5. Se consideră matricea $A\in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A^2=O_2$. Să se arate că matricele I_2-A şi I_2+A sunt inversabile.

Soluţie

Avem succesiv: $I_2=I_2-O_2=I_2-A^2$. Dar $I_2-A^2=(I_2-A)\cdot(I_2+A)$ şi, astfel, $(I_2-A)\cdot(I_2+A)=I_2$. Din această relaţie rezultă că $(I_2-A)^{-1}=(I_2+A)$ şi $(I_2+A)^{-1}=I_2-A$.

Exerciții și probleme propuse

1. Aflați care dintre matricele următoare este inversabilă:

$$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&0\end{pmatrix};\quad B=\begin{pmatrix}2&3\\4&6\end{pmatrix};\quad C=\begin{pmatrix}1&i\\i&1\end{pmatrix};\quad D=\begin{pmatrix}1&3&0\\2&-1&0\\0&2&1\end{pmatrix};\quad E=\begin{pmatrix}-1&-3&2\\2&6&-4\\5&15&-10\end{pmatrix}.$$

2. Aflați care dintre matrice sunt inversabile și determinați inversele lor:

a) $\begin{pmatrix}2&1\\5&4\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}3&9\\2&6\end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix}5&-1\\1&3\end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix}i&2\\-2&i\end{pmatrix}$;

e) $\begin{pmatrix}\cos\alpha&\sin\alpha\\-\sin\alpha&\cos\alpha\end{pmatrix}$; f) $\begin{pmatrix}1&1&0\\1&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$; g) $\begin{pmatrix}1&-2&7\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}$; h) $\begin{pmatrix}3&-3&1\\-3&5&-2\\1&-2&1\end{pmatrix}$.

3. Aflați valorile parametrului a real pentru care fiecare din matricele de mai jos este inversabilă și pentru valorile găsite determinați inversa matricei:

a) $\begin{pmatrix}a&1\\0&3\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}1&a+1\\2&4\end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix}1&1&a\\3&-2&3\\2&-1&1\end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix}2&a&1\\1&1&0\\0&-1&2\end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix}a+1&a-1&0\\1&1&1\\0&1&1\end{pmatrix}$.

4. Fie matricele: $A=\begin{pmatrix}3&0&0\\2&1&0\\1&2&1\end{pmatrix}; B=\begin{pmatrix}2&1&3\\4&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}$.

a) Arătați că matricele sunt inversabile;

b) Calculați $A^{-1}, B^{-1}, (AB)^{-1}$ și arătați că: $(AB)^{-1}=B^{-1}\cdot A^{-1}$.

5. Arătați că matricea $A=\begin{pmatrix}1&a+1&2\\1&1&b+1\\1&1&1\end{pmatrix}$ este inversabilă pentru orice $a,b\in\mathbb{R}^*$ și determinați inversa ei.

6. Fie matricele : $A=\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

a) Calculați AB și BA;

b) Determinați inversa lui B.

7. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&2&-2\\0&1&0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&2\\0&-1\\1&0\end{pmatrix}$. Sunt matricele AB și BA inversabile?

8. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}2&3&0\\0&4&1\\1&0&1\end{pmatrix}$. Să se calculeze determinantul inversei matricei date.

9. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ a & b\end{pmatrix}$. Aflaţi a şi b numere reale ştiind că $A^2=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $A^{-1}=A^*$.

10. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & m+1 & m\\ m & m-1 & 3\\ 0 & 2 & -2\end{pmatrix}$, $m\in\mathbb{R}$. Aflaţi m ştiind că $A^{-1}=A^*$.

11. Aflaţi parametrul real m pentru care matricea $A=\begin{pmatrix}2 & x & 3\\ x & -1 & x\\ 1 & 2 & m\end{pmatrix}$, $m\in\mathbb{R}$ este inversabilă oricare ar fi x real.

12. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & n\\ m-1 & mn+1\end{pmatrix}$. Aflaţi valorile $m,n\in\mathbb{R}$ ştiind că: $\det A=2$, $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -2 & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$.

13. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}-8 & 13\\ -5 & 8\end{pmatrix}$.

a) Arătaţi că $A^2=I_2$;

b) Demonstraţi că: $(I_2-A)^{-1}=\frac{1}{2}(I_2+A)$.

14. Fie matricea: $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$.

a) Arătaţi că $A\left(A^2-4A+5I_3\right)=2I_3$;

b) Calculaţi A^{-1}.

15. Fie matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 6\end{pmatrix}$ şi $B=A-I_3$. Arătaţi că $B^{-1}=\frac{1}{8}A-I_3$.

16. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}2 & 5\\ 4 & 10\end{pmatrix}$.

a) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ pentru care $A^2=mA$;

b) Să se determine $p,q\in\mathbb{R}$, pentru care $(A-I_2)^{-1}=pA+qI_3$. este inversabilă.

17. Fie B o matrice astfel încât $B^2=O_2$. Arătaţi că matricea I_2+B este inversabilă şi determinaţi inversa ei.

18. Se consideră matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 3 & 3\end{pmatrix}$ și mulțimea $G=\{X(a)/\mathbb{R}, X(a)=I_2+a\cdot A\}$.

a) Arătați că $X(A)\cdot X(B)=X(a+b+4ab)$;

b) Determinați valorile lui $a\in\mathbb{R}$, pentru care $X(a)$ este inversabilă.

c) Calculați $(X(1))^{-1}$.

19. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ 1 & 2 & -3\\ 1 & 2 & -3\end{pmatrix}$ şi pentru un a real fixat fie $B=aA+I_3$.

a) Este matricea A inversabilă?

b) Determinaţi B^{-1}.

20. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}2 & 0 & 1\\ 0 & 3 & 0\\ 1 & 0 & 2\end{pmatrix}$.

a) Arătaţi că $A^2=4A-3I_3$;

b) Arătaţi că matricea A este inversabilă şi determinaţi A^{-1}.

21. Se dă matricea $M(a,b)=\begin{pmatrix}a+b & b\\ b & a-b\end{pmatrix}, a,b\in\mathbb{Q}$.

a) Dacă $B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ arătaţi că $M(a,b)=aI_2+bB$ şi $B^2=2I_2$;

b) Arătaţi că $M^{-1}(a,b)=M\left(\dfrac{a}{a^2-2b^2}, -\dfrac{b}{a^2-2b^2}\right)$.

22. Fie matricea $A\in M_3(\mathbb{R}), A=\begin{pmatrix}0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 0\end{pmatrix}$. Calculaţi $\det A$ şi A^{-1} şi arătaţi că:

$\det(A^{-1}+I_3)=\dfrac{1}{8}\det(A+I_3)$.

23. Dacă $A^*=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix}$ determinaţi matricea A.

24. Fie matricele A,B din $M_2(\mathbb{R})$ astfel încât $AB=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 7 & 3\end{pmatrix}$. Calculaţi $AB+(BA)^{-1}$.

25. Fie $\alpha\in\mathbb{R}$ şi matricele $A=\begin{pmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}\cos\alpha & \sin\alpha\\ \sin\alpha & -\cos\alpha\end{pmatrix}$.

a) Determinaţi A^{-1} şi B^{-1};

b) Pentru ce $\alpha\in\mathbb{R}$ matricea B este inversa lui A?

26. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1+a^2 & ab & ac\\ ba & 1+b^2 & bc\\ ca & cb & 1+c^2\end{pmatrix}$, $a,b,c\in\mathbb{R}$. Arătaţi că matricea A este inversabilă şi determinaţi inversa ei.

27. Fie $A,B\in M_2(\mathbb{C})$ astfel încât $AB=A+B$.

a) Arătaţi că $AB=BA$;

b) Demonstraţi că A este inversabilă dacă şi numai dacă B este inversabilă.

28. Fie A o matrice inversabilă de ordinul doi cu elemente numere reale. Arătaţi că: $\left(A^{-1}\right)^t=\left(A^t\right)^{-1}$.

29. Fie matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{pmatrix}$. Să se arate că:

a) $A^2=3A$; b) I_3-A este inversabilă şi inversa ei este $I_3-\frac{1}{2}A$.

2. ECUAŢII MATRICEALE

1. Rezolvaţi ecuaţiile matriceale:

a) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix}3 & 1\\ 8 & 3\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}4 & 4\\ 11 & 11\end{pmatrix}$;

c) $X\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 4\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}3\\ 4\end{pmatrix}$.

Soluţie

a) Fie $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$. Rezultă că $X=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}^{-1}\cdot\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$. Matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ are $\det(A)=1$ şi ${}^tA=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}$. Complemenţii algebrici sunt $\delta_{11}=1,\ \delta_{12}=-2,\ \delta_{21}=0,\ \delta_{22}=1$. Matricea adjunctă este $A^*=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, iar $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Soluţia ecuaţiei este $X=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

b) Fie $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 8 & 3\end{pmatrix}$. Se obţine $\det(A)=9-8=1$, deci A este inversabilă. Avem succesiv: ${}^tA=\begin{pmatrix}3 & 8\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $\delta_{11}=3,\ \delta_{12}=-1,\ \delta_{21}=-8,\ \delta_{22}=3$, $A^*=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -8 & 3\end{pmatrix}$ şi $A^{-1}=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -8 & 3\end{pmatrix}$. Soluţia ecuaţiei este: $X=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -8 & 3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}4 & 4\\ 11 & 11\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$.

c) Fie $A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$. Avem că $\det(A)=-1$, ${}^tA=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $\delta_{11}=1$, $\delta_{12}=0$, $\delta_{21}=-1$, $\delta_{22}=-1$, $A^*=\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & -1\end{pmatrix}$ şi $A^{-1}=-\begin{pmatrix}1 & 0\\ -1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}$. Soluţia sistemului este $X=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ -1 & 1\end{pmatrix}$.

d) Dacă $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 1 & 4\end{pmatrix}$, avem că $\det(A)=2$, ${}^tA=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $A^*=\begin{pmatrix}4 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$ şi $A^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}4 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}$.

Soluţia ecuaţiei este $X=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}4 & -2\\ -1 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\ 4\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}3\\ 1\end{pmatrix}$.

2. Să se rezolve ecuaţiile:

a) $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 3\end{pmatrix}$; b) $X\cdot\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ -1 & 3 & 1\\ 4 & 0 & 1\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

Soluţie

a) Dacă $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$ rezultă că $\det(A)=-3$, ${}^tA=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$, $A^*=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}$, $A^{-1}=\frac{-1}{3}\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}$.

Soluţia ecuaţiei este $X=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1 & 2 & 3\\ 1 & 1 & 3\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}3 & 0 & 3\\ -3 & 3 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ -1 & 1 & 1\end{pmatrix}$.

b) Matricea $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ are $\det(A)=1$, deci este inversabilă.

Se obţine ${}^tA=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 2 & 1 & 0\\ 3 & 1 & 1\end{pmatrix}$, $A^*=\begin{pmatrix}1 & -2 & -1\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -2 & -1\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

Rezultă că $X=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ -1 & 3 & 1\\ 4 & 0 & 1\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1 & -2 & -1\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -3 & -3\\ -1 & 5 & -1\\ 4 & -8 & -3\\ 2 & -2 & -1\end{pmatrix}$.

3. Să se rezolve ecuaţia matriceală:
$\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 5\end{pmatrix}\cdot X\cdot\begin{pmatrix}3 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

Soluţie